FONCTIONS RECI PROQUES

$0 \notin \left[1-\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{6}\right]$

d'où l'équation : g(x)=0 n'a pas de solutions dans $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right]$

* g est continue et strictement croissante sur $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}\right]$ d'où g réalise une bijection de $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}\right]$ sur $\left[\frac{\pi}{4}-1, \frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{6}\right]$

comme $0 \in \left[\frac{\pi}{4}-1, \frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{6}\right]$ alors il existe un unique réel $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}\right]$ tel que : $g(\alpha)=0$

conclusion : l'équation : g(x)=0 admet α comme unique solution dans $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$

$g(-\frac{\pi}{4}) \neq 0$ et $g(\frac{\pi}{4}) \neq 0 \Rightarrow \alpha \in \left]-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right[$

B/ $f(x)=\sin(2x)$; $x \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$

1) a) f'(x)=2 cos (2x)
f'(0)=2 ; f(0)=0 T :y=2x
b) f''(x)= -4 sin(2x)

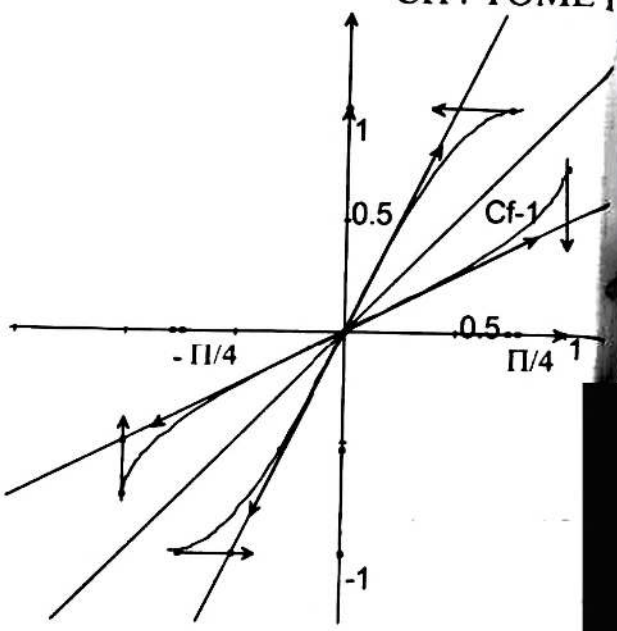
x	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$
f''(x)	+	0	-

f'' s'annule en 0 en changeant de signe d'où le point de coordonnées (0,f(0)) est un point d'inflexion pour (ζ_f)

f(0)=0 d'où l'origine du repère est un point d'inflexion pour (ζ_f)

2) f'(x)=2cos(2x)

x	$-\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{4}$
f'(x)	0	+	0
f(x)	-1	↗	1



3) a) f est continue et strictement croissante sur $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ elle réalise donc une bijection de $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ sur

$f\left(\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]\right)=\left[f(-\frac{\pi}{4}), f(\frac{\pi}{4})\right]=[-1,1]$

b) $(\zeta_{f^{-1}})=S_{\Delta}(\zeta_f)$ avec Δ : y=x

4) f est dérivable sur $\left]-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right[$ et f'(x)=2cos(2x)≠0 d'où f^{-1} est dérivable sur f$\left(\left]-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right[\right)$=]-1,1[

$(f^{-1})'(x)=\frac{1}{f'(y)}$ (avec $y=f^{-1}(x)$, f(y)=x)

$=\frac{1}{2\cos(2y)}=\frac{1}{2\sqrt{1-\sin^2(2y)}}=\frac{1}{2\sqrt{1-f^2(y)}}$

$(f^{-1})'(x)=\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}}$

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn